MPL och jämvikt på arbetsmarknaden

Här härleder vi efterfrågan på arbetskraft med hjälp av en produktionsfunktion. Därefter använder vi denna efterfrågefunktion för att analysera en arbetsmarknad.

Antag att produktionsfunktionen i en ekonomi är

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}. \tag{1}$$

Marginalprodukten av L är[6]

$$MPL = (1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}. \tag{2}$$

Det är optimalt för företagen att välja L så att reallönen, $w = W/P$ är lika med MPL. Alltså har vi villkoret

$$w = (1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}. \tag{3}$$

Vi löser ut L:[7]

$$L = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{\frac{1}{\alpha}}K. \tag{4}$$

Detta är efterfrågan på arbete. Notera att efterfrågan är hög om reallönen är låg eller om A eller K är höga (så att arbetskraftens produktivitet är hög).

Exempel

Antag att $A = 12$, $\alpha = 1/3$, $K = 64$ och $L = 8$. Då blir den totala produktionen (se (1)):

$$Y = 12 \cdot 64^{1/3} \cdot 8^{2/3} = 12 \cdot 4 \cdot 4 = 192.$$

---

[6]

$$MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = AK^{\alpha}(1-\alpha)L^{-\alpha} = (1-\alpha)AK^{\alpha}\frac{1}{L^{\alpha}} = (1-\alpha)A\frac{K^{\alpha}}{L^{\alpha}} = (1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}.$$

[7] Skriv om (3) som $\frac{w}{(1-\alpha)A} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$. Höj upp båda sidor med exponenten $\frac{1}{\alpha}$:

$$\left(\frac{w}{(1-\alpha)A}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = \left(\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha}} = \frac{K}{L}.$$

Flytta om:

$$L = \left(\frac{w}{(1-\alpha)A}\right)^{-\frac{1}{\alpha}}K = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{\frac{1}{\alpha}}K.$$

Reallönen blir (se (3)):

$$w = \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot \left(\frac{64}{8}\right)^{1/3} = 8 \cdot (8)^{1/3} = 8 \cdot 2 = 16.$$

Vi kollar att efterfrågan på arbetskraft verkligen blir lika med utbudet vid denna lön (se (4)):[8]

$$L = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{\frac{1}{\alpha}} K = \left(\frac{\frac{2}{3} \cdot 12}{16}\right)^{3} 64 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} 64 = \frac{1}{8} \cdot 64 = 8.$$

Den lön som vi har räknat fram är verkligen en jämviktslön.

Den reala löneinkomsten är

$$wL = 16 \cdot 8 = 128.$$

Löneinkomstens andel av den totala inkomsten är

$$\frac{128}{192} = \frac{2}{3}.$$

Detta är vad vi borde förvänta oss, eftersom exponenten över L i produktionsfunktionen är just $2/3$.

Antag att lönen i stället är lika med 20, pga av avtal om minimilön. Då blir efterfrågan på arbetskraft

$$L = \left(\frac{\frac{2}{3} \cdot 12}{20}\right)^{3} 64 = (0,4)^{3}\, 64 = 0,064 \cdot 64 = 4,096.$$

Det uppstår alltså en arbetslöshet, lika med

$$U = 8 - 4,096 = 3,904.$$

Den totala produktionen blir nu

$$Y = 12 \cdot 64^{1/3} \cdot (4,096)^{2/3} = 12 \cdot 4 \cdot 4 = 122,88.$$

Löneinkomsten är i detta fall

$$20 \cdot 4,096 = 81,92.$$

[8] Observera att

$$\frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}}\frac{\frac{3}{1}}{\frac{3}{1}} = \frac{3}{1} = 3.$$

Denna minskning beror på att minskningen av L dominerar över ökningen i w.

Löneinkomstens andel av den totala inkomsten är nu

$$\frac{81,92}{122,88} = 0,666667 \approx \frac{2}{3}.$$

Exponenten över L i produktionsfunktionen (2/3) bestämmer alltså denna andel även när marknaden inte är i jämvikt.

Här kommer en uppgift för er:

Antag att $A = 20$ och $\alpha = 1/2$.

1. Vad blir (1), (3) och (4) i detta fall?
2. Antag att $K = 144$ och $L = 36$. Beräkna Y, w och L.
3. Beräkna löneinkomsten och löneinkomsten som andel av den totala inkomsten.
4. Antag att det införs en minimilön på $w_{min} = 22$. Beräkna arbetslösheten och det relativa arbetslöshetstalet.

Svar

1. Vi får
$$Y = 20\sqrt{K}\sqrt{L}. \tag{1'}$$
$$w = 10\sqrt{\frac{K}{L}}. \tag{3'}$$
$$L = \left(\frac{10}{w}\right)^2 K. \tag{4'}$$
2. $Y = 1\ 440$, $w = 20$ och $L = 36$.
3. $wL = 720$ och $\frac{wL}{Y} = 0,5\ \ (= 1 - \alpha)$.
4. $L = 30,24$, $U = 5,76$ och $U/L = 0,16$.